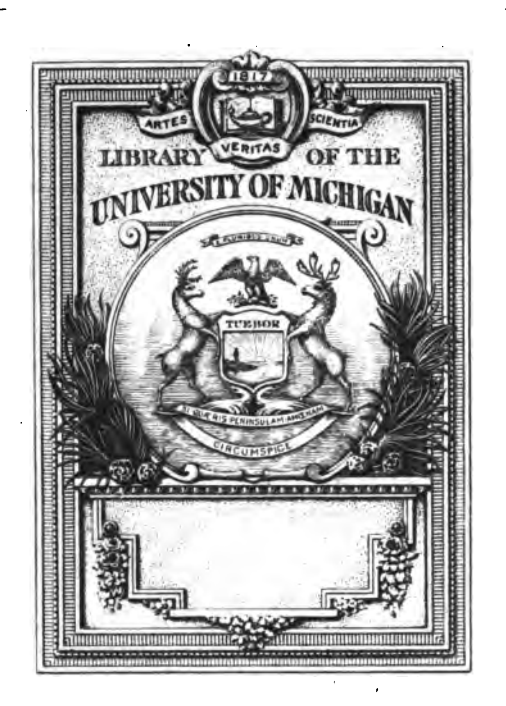
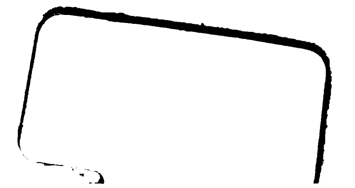



1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE





[illegible]

MEMORIE

MATEMATICHE

DELL' INGEGNERE

ANGELO MAZZOLA.

[redacted]

MEMORIE
MATEMATICHE

DELL' INGEGNERE

ANGELO MAZZOLA

PROFESSORE DI MATEMATICA NEL LICEO COMUNALE

DELLA REGIA CITTA' DI LODI

DEDICATE

ALL' ESIMIO SIGNOR PROFESSORE

G. DOMENICO ROMAGNOSI

» *Il tempo deciderà del loro valore* »
ROMAGNOSI = dell' Inseg. Primit.
delle Mat.

LODI
Co' Tipi di Gio. Battista Orcesi
1825.

Avendo soddisfatto al prescritto della Legge,
se ne invoca la protezione di essa.

Stimatiss. Sig. Professore

Tutti v' ammiravano, o illustre Professore, come uomo sommo per le opere vostre sulla Giurisprudenza, che specialmente illustraste colla vostra Genesi; quando vi presentaste al pubblico facendone conoscere gli errori in cui trovasi avvolta la Matematica ne' suoi stessi elementi, dimostrando, che per rendere il Calcolo veramente sublime, e distruggere le illusioni, che lo deturpano: deve essere basato sovra retti Logici principj.

Addetto io all' Istruzione pubblica in questo ramo scientifico, meditai attentamente le massime da Voi esposte, e tenendo dietro alle traccie da Voi segnate; giunsi alla fin fine allo scoprimento della verità. Essendo quindi questo mio ritrovato nient' altro, che un Corollario de' vostri Filosofici insegnamenti: non potrei meglio dedicarlo, che a Voi cui appartiene per originario dritto.

L' aggradimento, che dimostraste personalmente lorquando vi comunicai queste mie Memorie, lusingami non vi sarà discaro, ch' io ve le offra, e le ponga sotto la protezione dell' alto vostro ingegno, al quale non solo io devo come gli altri tutti tributare stima, e venerazione, ma più ancora professare una speciale gratitudine

Ingeg. Angelo Mazzola

PREFAZIONE.

E la Logica non avrà mai a far lega coi Matematici? Toccomi sì vivamente questa dimanda, che fecimi tosto ad esaminare lo stato della questione: perchè i Matematici, ora posti in ridicolo pei loro errori, ora fatti sugli stessi dai Filosofi seriamente accorti; non abbiano mai pensato a correggersi, o cercando di farlo sieno caduti, senza tampoco evitarne i primi, in sempre nuove illusioni. E ch'il crederebbe? Mi fu gioco forza agevolmente conoscere come tutti appartengono in genere alla classe de' primi, ed il celebre Lagrangia co' suoi seguaci moderni alla classe de' secondi. Attaccati essi, anzi ragionevolmente incalzati da un *come! Il niente potrà egli fare qualche cosa?* mai e poi mai si scostarono dal ritenere l' $\frac{1}{0}$ eguale all'infinito, non avvedendosi, che con tale premessa venivano strascinati appunto nel rinfacciatogli evidentissimo errore, che lo zero ripetuto un' in-

finità di volte eguaglia l'unità; non avvedendosi che con tale premessa ammettevano l'infinitamente piccolo eguale allo zero. Conoscevano pur essi, che soli cinque Poliedri regolari possono costruirsi, eppure nemmeno il grande e benemerito Ruffini ebbe l'avvedutezza di dichiarare assurde, immaginarie le espressioni $\frac{24}{0}$, $\frac{8}{0}$, ed ecco come *la smania d'aver ragione ci fa ritorcere i fatti, ci fa dimenticare le osservazioni, ci fa affastellare contradizioni, e chimere!* Conosceva pure Lagrangia, e lo conoscevano egualmente tutti i suoi seguaci, che l'infinitamente piccolo, nè poteva, nè può ritenersi eguale allo zero, ma invece d'indagare i veri principj del Calcolo differenziale, mal'accorto il primo, ingannò se stesso, ed inorpellò tutti gli altri con una definizione illusoria, dando per definizione ciò, che venne accanitamente contrastato; e negato costantemente a Newtono, ed a Leibnizio, alcuno pur anche non avvedutosi, che *quando si suppone nelle definizioni quello, che si ha bisogno di provare, non è molto difficile offrire qualsiasi algebrica dimostrazione.* Mentre in tale stato verte ancora sì vergognosa questione, pel solo amore della verità, trovo dovere di presentarmi al pubblico colle seguenti Memorie, mediante le quali, m'è lusinga, e di riunire i partiti, e di formare altresì quella strettissima alleanza tanto desiderata tra la Logica ed i Matematici.

MEMORIA PRIMA.

QUESITO.

Un mobile fa miglia 9 nel primo giorno, 8 nel secondo ecc., un altro ne fa nel primo giorno 27, nel secondo 18 ecc. ambedue in progressione geometrica. Qual è il loro viaggio per tutta l' eternità? — *Marie Lezioni Elem. di Mat.*, *edizione quinta di Firenze* § 390. XVII. —

Risoluzione.

Per conservare nella sua integrità gli esatti concetti Logici tradurrò il viaggio giornale del primo mobile nella seguente serie

$$\div \frac{1}{\left(\frac{1}{9}\right)} : \frac{1}{\left(\frac{1}{9}\right)} \times \frac{1}{\left(\frac{9}{8}\right)} : \frac{1}{\left(\frac{1}{9}\right)} \times \frac{1}{\left(\frac{9}{8}\right)^2} : \frac{1}{\left(\frac{1}{9}\right)} \times \frac{1}{\left(\frac{9}{8}\right)^3} : \text{ecc.} \ldots : \frac{1}{\infty},$$

la quale confrontata colla conosciuta formola generale $\frac{\omega q - p}{q - p}$ corrispondente alla somma S, dà il primo termine $\frac{1}{\left(\frac{1}{9}\right)} = 9 = p$, la ragione od il quoziente $\frac{1}{\left(\frac{9}{8}\right)}$ $= \frac{8}{9} = q$, e l' ultimo termine $\frac{1}{\infty} = \omega$; cosicchè il

totale viaggio ricercato sarà espresso da $S = \frac{\frac{q}{\infty} - p}{q - 1}$ $= \frac{q - p \times \infty}{\infty (q - 1)} = \frac{p \times \infty - q}{\infty (1 - q)}$: ma perchè l'infinito $p \times \infty$ non può accrescersi nè diminuirsi (giacchè diversamente verrebbe a cangiarsi il concetto logico dello stesso); dunque $p \times \infty - q = p \times \infty$, e per conseguenza $S = \frac{p \times \infty}{\infty (1 - q)} = \frac{p}{1 - q} = \frac{9}{1 - \frac{8}{9}} = \frac{9}{\left(\frac{1}{9}\right)} = 81.$ Nella stessa maniera ragionando ed operando, si troverà essere miglia 81 il viaggio del secondo mobile.

Si sarebbe ottenuto lo stesso stessimo risultato se si fosse preso $\frac{1}{\infty} = 0$, ma essendo tale supposizione logicamente assurda, ci lascierebbe nell'incertezza sulla verità del risultato.

Si sciolga dunque una volta questo nodo Gordiano! S' alzi il velo nè più resti celato il vero, e si dica schiettamente col Logico che gli infinitesimi non ponno confondersi collo zero; si dica che l'errore non istà nelle scienze, ma negli uomini; si dica in fine, che tutto il principio della Scienza infinitesimale sta nell' idea esatta dell' infinito, il quale non può crescere o diminuire, e però che $\infty + Q = \infty - Q = \infty$, non già perchè Q sii zero, ma perchè resta concentrato nell' infinito istesso, il quale sempre inalterabile assorbisce il passato, il presente ed il futuro. È dunque $a + \frac{1}{\infty} = a$, non già perchè $\frac{1}{\infty} = 0$, lo che induce in tanti assurdi, e conseguenze antilogiche, ma perchè $a + \frac{1}{\infty} = \frac{a \times \infty + 1}{\infty} = \frac{a \times \infty}{\infty} = a$, cioè l' unità è concentrata, come dissi di sopra, nell' infinito. Così ragionando ed operando svaniranno tutti gli assurdi Logici che vedonsi introdotti nel

calcolo degli infiniti, infinitesimi, e quel che più importa nel calcolo differenziale sino dalla sua origine, ma che per una fortunata combinazione non hanno però influito sulla verità dei risultati. Con questi principj adunque il dx dei matematici non è più zero, non è più il matto da Tarocchi (1), e la scienza tutta è restituita alla sana filosofia.

---

(1) In altra Memoria porterò alla massima evidenza questa verità, bastando per ora il dire che il differenziale di x^2, non è $2xdx$ perchè $dx^2 = 0$, ma perchè $d(x^2) = 2xdx + dx^2 = dx(2x + dx) = dx\left(2x + \frac{1}{\infty}\right) = dx\left(\frac{2x \times \infty + 1}{\infty}\right) = dx \times \frac{2x \times \infty}{\infty} = 2xdx$; che il differenziale di xy non è $xdy + ydx$, perchè $dxdy = 0$, ma perche $d(xy) = xdy + ydx + dxdy$, dove per conservare costantemente i caratteri e concetti Logici, fatto $dx = \frac{1}{\infty}$, $dy = \frac{n}{\infty}$, si ha $d(xy) = x \times \frac{n}{\infty} + y \times \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} \times \frac{n}{\infty} = \frac{x \times n \times \infty + y \times 1 \times \infty + n}{\infty^2} = \frac{x \times n \times \infty + y \times 1 \times \infty}{\infty^2} = x \times \frac{n}{\infty} + y \times \frac{1}{\infty} = xdy + ydx$, ec. ec., riserbandomi di dimostrare in seguito la illusione del metodo Lagrangiano.

MEMORIA SECONDA.

Feci conoscere in altra mia Memoria i veri principj del calcolo degli infiniti, infinitesimi, e quindi del calcolo differenziale, in essa indicando non potersi ritenere $\frac{1}{\infty} = 0$ senz' offendere la sana filosofia: e perchè tale strana supposizione è derivata immediatamente da quest' altra $\frac{1}{0} = \infty$, m' è obbligo dimostrare 1.° che $\frac{1}{0}$ non è eguale all' infinito, come si credette finora. 2.° che $\frac{1}{0}$ è un immaginario. 3.° finalmente, che questo stesso immaginario $\frac{1}{0}$ è l' origine di tutti i deliri antilogici dei Matematici (1). E primieramente: dirò essere verissimo che $1 + 1 + 1 +$ ecc. in infinito $= \infty$, ed $a + a + a +$ ecc. in infinito $= \infty a$, ma non già che $1 + 1 + 1 +$ ecc. in infinito $= \frac{1}{1 - 1}$, nè $a + a + a +$ ecc. in infinito $= \frac{a}{1 - 1}$, poichè sì nel primo caso che nel secondo effettuando le corrispon-

(1) Avverto che non intendo con ciò di diminuire ai grandi Matematici il grado eminente in cui si trovano rapporto alla scienza.

denti divisioni, per quanto si proseguano esse, vi rimane sempre di resto 1, od a, e quand' anche si volesse protrarre la divisione stessa sino all' infinito, se fosse possibile, il vero quoziente sarebbe $\infty + \frac{1}{1-1}$, e però $\frac{1}{1-1} = \infty + \frac{1}{1-1}$, dalla quale si ricava $\infty = 0$, lo che è evidentemente assurdo. Si dica pertanto che l' espressione $\frac{1}{1-1} = \frac{1}{0}$ è un immaginario, come lo manifesta chiaramente l' esatta definizione della divisione. Dessa vi dice, che la divisione non è altro, che la ricerca d' una quantità detta *quoziente*, la quale moltiplicata pel *divisore* dia il *dividendo*: ora, qual' è quella quantità o quoziente, che moltiplicata per lo zero dia l' unità, o qualunque altra quantità? Nessuna. Dunque il quoziente ricercato è un assurdo, è immaginario, e però $\frac{1}{0}$ è un immaginario, come lo sono $\sqrt{-1}$, e $L-1$; e tanto più si conferma essere immaginario, quanto che $\frac{1}{0} = \frac{1 \times a}{0 \times a} = \frac{a}{0}$, la quale eguaglianza ci strascinerebbe a conchiudere che $a = 1$. Ma a che mi vado io tanto fantasticando per provare che $\frac{1}{0}$ è un immaginario, tu riprova luminosa ne potendo trarre dagli Elementi di Matematica pura ad uso delle Università e Licei del Regno Lombardo Veneto di Gio: Gorini Dottore ec. Vol. I. al § 81 dove dice « per avere esatta eguaglianza di $\frac{1}{1-x}$ col quoto, fa d' uopo di aggiungere » al quoto stesso il residuo $\frac{x^5}{1-x}$, il quale terrà

» luogo di tutti gli altri infiniti termini: cosicchè sarà

» $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \frac{x^5}{1-x}$ » E

però, se $x = 1$, l'esatta eguaglianza di $\frac{1}{1-1}$ sarà

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{1-1}$, dalla quale equazione

si ricava $\frac{1}{1-1} - \frac{1}{1-1} = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 0$,

cioè $5 = 0$, e lo stesso raziocinio c' indurrebbe ad avere l' $\infty = 0$. Assurdo evidentissimo, ma pure sfuggito in forza dell' abitudine, ed a motivo d' un errore inveterato, e della troppo confidenza nell' esattezza della materialità dei calcoli, per cui sgraziatamente dopo soli sei paragrafi, cioè al § 87, l'Autore stesso, dimenticatosi dell' esposta verità, è caduto egli medesimo nella voragine vorticosa, che strascinò seco, e perdette tutti gli ingegni più sublimi nelle Matematiche (1). Finirà di provare la verità del mio assunto il Problema posto al § 404 degli indicati Elementi, e tutti gli altri di simile specie. Quel Problema ha tali condizioni che la sua impossibilità è manifesta quando $c = d$; ma in questa ipotesi, si ha

$$x = \frac{b - ad}{c - d} = \frac{b - ad}{0}, \quad y = \frac{ac - b}{c - d} = \frac{ac - b}{0},$$

(1) Anche lo stesso sig. Eulero detto il Principe dei Matematici dei suoi tempi, se si fosse fatto carico del detto avvanzo, avrebbe ritrovato essere $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \text{ecc.} \ldots + x^m + \frac{x^{m+1}}{1-x} = \frac{x^{m+1} - 1}{x - 1} + \frac{x^{m+1}}{1-x} = \frac{1 - x^{m+1}}{1-x} + \frac{x^{m+1}}{1-x} = \frac{1}{1-x}$, e gli sarebbero quindi sparite tutte le difficoltà espresse nei suoi *quemadmodum* del Vol. I. Cap. III. delle sue *Institutiones Calculi differentialis*.

dunque una quantità divisa per lo zero indica un assurdo. Non v' ha dunque più dubbio nel credere, che l' espressione $\frac{1}{0}$ indica un immaginario. Dunque non è più $\frac{1}{0} = \infty$, la quale eguaglianza forza a concedere le seguenti assurdità 1.° essere $1 = 0 \times \infty$, cioè una infinità di zeri essere eguale all' unità, nel qual errore cadette pure il celebre Matem.° Camaldolese Guido Grandi coll' avere trascurato il residuo nella divisione di $\frac{1}{1+1}$, per cui venne pazzamente a conchiudere essere $\frac{1}{2} = 0 \times \infty$. 2.da essere $\frac{1}{\infty} = 0$, cioè l' esistenza eguale alla non esistenza, il *si* cambiato in *no*. Dunque è immaginario, assurdo assurdissimo, che due rette parallele s' incontrano ad una distanza infinita (Collalto Geometria Analitica a due Coordinate § 36. — Lezioni d' introduzione al Calcolo Sublime ad uso delle I. R. Università del Regno Lombardo Veneto del Prof. Lotteri Parte II. § 15), il che ripugna al buon senso, cambiando il concetto logico delle Parallele, la di cui proprietà si è di conservarsi costantemente equidistanti tra di loro. Dunque assurdo assurdissimo, che la Cissoide di Diocle abbia *Assintoti* (Lezioni suddette § 203), proprietà sola dell' Iperbola. Dunque Immaginario, assurdo assurdissimo, che in una curva dove esiste un massimo, o minimo, o punto d' inflessione la Sottangente sia infinita, mentre per essere parallela alla Tangente non può incontrarsi con essa giammai. Ora trovandosi questa erronea supposizione di $\frac{1}{0} = \infty$ disseminata in tutti i trattati delle Scienze Matematiche, si potrà forse non dirla con ragione

l'origine di tutte le vertigini, e deliri antilogici dei Matematici?

Dal fin qui detto, e da quanto risulterebbe nella Memoria I., conchiuderei, siccome egli è evidentissimo, che l'Insegnamento primitivo delle Scienze Matematiche avrebbe assolutamente bisogno d'una generale riforma; e che a questa dovrebbero servire di base i da me esposti principj generali.

MEMORIA TERZA.

Nelle mie Memorie precedenti ho messo gli è vero in piena luce i veri principj del Calcolo Infinitesimale, altrimenti detto Differenziale, mostrando eziandio l' origine di tanti paradossi in cui cadde l' universalità dei Matematici moderni; ma abbenchè tali miei principj siano pienamente conformi alla sana filosofia: pure trattandosi ora universalmente il caldolo suddetto con metodo diversissimo del da me esposto, perchè creduto il più confacente all' insegnamento primitivo di esso; è gioco forza, ch' io faccia conoscere quanto i medesimi miei principj prevalgono ancora il metodo adottato. Vedendo d' altronde, che il metodo Lagrangiano, comunque si creda scevro dalle idee Infinitesimali, conduce agli stessi stessissimi risultati; che in ultima analisi non venne per niente cambiato il concetto Logico del *dx* Leibniziano e Newtoniano; sicuro dell' aggiustatezza del da me esposto ebbi a dubitare, che l' Insegnamento Lagrangiano potesse piuttosto essere difettivo ne' suoi principj: nè m' ingannai, perchè dietro seria meditazione sulle basi dello stesso, penetrai che tanto l' italiano innovatore Lagrangia, che tutti i suoi seguaci cadettero ciecamente in un enorme paralogismo, se non peggiore, almeno eguale del fino ad ora adottato $\frac{1}{0} = \infty$; e però non mi è difficile il porlo a pubblica evidenza, e dichiararlo inetto anzi corruttore dell' insegnamento, quando non ab-

bia a ritenersi il suo $\omega = \frac{1}{\infty}$: ne per venire a capo del mio intento mendico estranee cose al soggetto; ma dal soggetto stesso traggo i miei argomenti, anzi dallo stesso metodo di Derivazione Lagrangiana: e giacchè non mi è dato avere per le mani l'opera originale innovatrice; pure stantechè il Collalto, il Paoli, ed il Brunacci calcarono le medesime pedate: così colla scorta delle loro opere mi faccio strada allo sviluppo di quanto ho proposto.

Egli è Logicamente e Matematicamente provato che presa $\varphi(x)$ per funzione Derivatrice, se la variabile x vi aumenti di una qualunque quantità indeterminata ω, di modo che si abbia una simil funzione di $x+\omega$, $\varphi(x+\omega)$: si trasforma questa funzione in una serie ordinata per le potenze della stessa ω, e si ottiene $\varphi(x+\omega) = \varphi(x) + \omega\varphi'(x) + \omega^2\varphi''(x) + \omega^3\varphi'''(x) + \omega^4\varphi''''(x) +$ ecc. dalla quale si ricava $\varphi(x+\omega) - \varphi(x) = \omega\varphi'(x) + \omega^2\varphi''(x) + \omega^3\varphi'''(x) + \omega^4\varphi''''(x) +$ ecc.; ma $\varphi(x+\omega) - \varphi(x)$, si suol dire differenza o differenziale di $\varphi(x)$; dunque $d\varphi(x) = \omega\varphi'(x) + \omega^2\varphi''(x) + \omega^3\varphi'''(x) + \omega^4\varphi''''(x) +$ ecc., la quale quando $\omega = \frac{1}{\infty}$, diventa $d\varphi(x) =$

$$\omega\left(\varphi'(x) + \frac{\varphi''(x)}{\infty} + \omega^2\varphi'''(x) + \omega^3\varphi''''(x) + \text{ecc.}\right)$$

$$= \omega\left(\frac{\varphi'(x)\times\infty + \varphi''(x)}{\infty} + \omega^2\varphi'''(x) + \omega^3\varphi''''(x) + \text{ecc.}\right)$$

$$= \omega\left(\frac{\varphi'(x)\times\infty}{\infty} + \omega^2\varphi'''(x) + \omega^3\varphi''''(x) + \text{ecc.}\right)$$

(Vedi la Memoria I.) $= \omega\left(\varphi'(x) + \frac{\varphi'''(x)}{\infty^2} +\right.$

$$\omega^3 \varphi''''(x) + \text{ecc.} \Big) = \omega \left(\frac{\varphi'(x) \times \infty^2 + \varphi'''(x)}{\infty^2} + \right.$$

$$\left. \omega^3 \varphi''''(x) + \text{ecc.} \right) = \omega \left(\varphi'(x) + \frac{\varphi''''(x)}{\infty^3} + \text{ecc.} \right)$$

$$= \omega \left(\frac{\varphi'(x) \times \infty^3 + \varphi''''(x)}{\infty^3} + \text{ec.} \right) = \omega \varphi'(x) + \text{ec.}\ (1),$$

e così discorrendo, si arriverà a conchiudere che $d\varphi(x) = \omega \varphi'(x)$, e però $\frac{d\varphi(x)}{\omega} = \frac{d\varphi(x)}{dx} = \varphi'(x)$, cosicchè viene portato all'evidenza che mentre $d\varphi(x) = \omega \varphi'(x) + \omega^2 \varphi''(x) + \text{ecc.}$, non può essere il differenziale $\frac{d\varphi(x)}{\omega} = \varphi'(x)$, se non è $\omega = \frac{1}{\infty}$. Stando ora la cosa in questi termini, come mai potrà dirsi impunemente

---

(1) Mi trovo qui nella necessità di far osservare che tanto nella prima Memoria, quanto in questa, io non calcolo l'*Infinito*, come male a proposito venne supposto, bensì lo indico soltanto, essendo ben diverso diversissimo l'indicare dall'operare, per cui considerando io la Matematica non solo rapporto al Calcolo delle quantità, ma ben anche come la Logica della quantità stessa (Romagnosi dell'Insegnamento Primitivo delle Matematiche pag. 8.); non faccio che conservare costantemente i concetti Logici onde evitare appunto ogni *guazzabuglio*, e quindi per me l'infinito ∞, non è che l'Istromento delle mie Logiche Matematiche operazioni, ben mi sapend' io d'altronde non potersi calcolare ciò che non è quantità.

Sarebbe pur vantaggioso per le Matematiche, che venisse osservata a rigore questa verità, la quale appena negletta strascina inavvedutamente in grossolani errori, come lo fu lo stesso sig. Prof. Gorini, il quale al § 252 de' suoi Elementi di Matematica Pura, avendo voluto operare sugli immaginari, conchiuse erroneamente, che il prodotto di $-5a\sqrt{-a}$ per $2ab\sqrt[4]{-a^3 c}$ è $10a^3 b\sqrt[4]{ac}$, quando che, se avesse richiamato, che l'immaginario non è quantità, e come tale non può su di esso operarsi, ma solo indicarsi, avrebbe invece ritrovato essere $-5a\sqrt{-a} \times 2ab\sqrt[4]{-a^3 c} = -5a\sqrt{a}\sqrt{-1} \times 2ab\sqrt[4]{a^3 c}\sqrt[4]{-1} = -5a\sqrt[4]{a^2}\sqrt[4]{(-1)^2} \times 2ab\sqrt[4]{a^3 c}\sqrt[4]{-1} = -10a^2 b\sqrt[4]{a^5 c}\sqrt[4]{(-1)^3} = -10a^3 b\sqrt[4]{ac}\sqrt[4]{(-1)^3} = -10a^3 b\sqrt[4]{-ac}$.

che dall'insegnamento Lagrangiano si sono esclusi gli Infinitesimi? Ed è possibile o signori, che non abbiano inteso fino ad ora, e non intendono, che quando si dice essere $\varphi'(x)$ la derivata prima della $\varphi(x)$ in un certo sistema, non è la stessa cosa del dire essere $\varphi'(x)$ la derivata prima, ossia la *differenziale* di $\varphi(x)$ in un altro sistema, come in quello di cui trattasi, nel quale è individuata la legge di derivazione per differenza, mentre queste Logiche espressioni non possono combinarsi e coincidersi, se non nel solo caso di $\omega = \frac{1}{\infty}$, e che in qualunque altro caso o valore di ω, col dire che $\varphi'(x)$ è la prima derivata di $\varphi(x)$, e nello stesso tempo ne è la sua differenziale, con disinvoltura, anzi con una specie di Scamoteria Logica, si scambiano totalmente i concetti Logici della stessa $\varphi'(x)$? Non vedono o signori, che tutta la Scamoteria Lagrangiana sta appunto nell' illusoria Definizione del differenziale? Può benissimo in vero dirsi, che in via di derivazione la $\varphi'(x)$ è la prima derivata dello sviluppo differenziale della $\varphi(x)$, ma non già che $\varphi'(x)$ sia il differenziale della stessa, essendo come si disse di sopra, costantemente $\frac{d\varphi(x)}{\omega} = \varphi'(x) + \omega\varphi''(x) + \omega^2\varphi'''(x) +$ ec.

Non può quindi mai conchiudersi essere $\varphi'(x)$ la derivata prima dello sviluppo differenziale della $\varphi(x)$ e nello stesso tempo la differenziale di essa se non è $\omega = \frac{1}{\infty}$: nè quì giova oppormi il disposto dal Regolamento delle Università, che l' insegnamento del Calcolo differenziale debba farsi in modo, che siano esclusi gli Infinitesimi, giacchè tale Regolamento, non fu dettato che da quegli stessi, che strascinati innocentemente nell' errore predicavano altamente dalle Cattedre le enunciate Logiche assurdità (Memoria II.); non fu dettato che da quegli stessi che ritenevano, dopo tanti inutili praticati sforzi, non potersi ricon-

ciliare la sana filosofia col calcolo degli Infinitesimi. Ma sia pace a loro, e si dica in adesso che tutto è conciliato, mentre il loro ω quando sia eguale all' $\frac{1}{\infty}$, veste assolutamente il carattere Logico della quantità, e non è più lo zero. Di fatto è assioma Logico, che il tutto è eguale a tutte le parti, che lo compongono in qualunque modo esso s'intenda diviso. Volete dunque il vostro Tutto, che sia diviso in una infinità di parti? Ebbene tutte queste infinite parti unite assieme ricomporranno il Tutto stesso, e però, se una di esse la segnate con $\frac{1}{\infty}$, sarà $\frac{1}{\infty} \times \infty = 1$. Volete che il vostro Tutto sia diviso diversamente? Ebbene dividiamolo pure, e formiamone due parti; dividiamo una di queste, e formiamone altre due, e di una di quest'ultime formiamone altre due ancora, e così proseguiamo a nostro capriccio sino all'infinito, se vi piace: Egli è manifesto, che raccogliendo tutte queste parti, dovranno restituirvi il vostro Tutto, e però $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} +$ ecc.... $+ \frac{1}{\infty}$, dovranno restituirvi il vostro Tutto; ma di questa progressione Geometrica conoscendo $p = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{2}$, $\omega = \frac{1}{\infty}$, si ha $S = \frac{\omega q - p}{q - 1} = \frac{\frac{q}{\infty} - 1}{q - 1} =$

$$\frac{q - p \times \infty}{\infty\,(q - 1)} = \frac{p \times \infty - q}{\infty\,(1 - q)} = \frac{p \times \infty}{\infty\,(1 - q)} = \frac{p}{1 - q}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1;$$ dunque eccovi il Tutto

vostro come andavate ricercando. Dunque $\frac{1}{\infty}$ cioè l'Infinitesimo non è più lo zero; l'Infinitesimo è una quantità assoluta, la quale si combina perfettamente colla buona Logica; per mezzo di esso si rendono tutti i termini della serie componente la differenziale prima di $\varphi(x)$, indipendenti tra di loro: pertanto sol quando all' ω Lagrangiano verrà sostituito l'Infinitesimo $\frac{1}{\infty}$ potrà quel metodo prendere una costante inalterabile forma, che diversamente non potrebbe prendere giammai, e da questa semplice, Logica, ed indispensabile supposizione si vedranno in esso sorgere le più belle e grandi verità matematiche. L'Infinitesimo adunque non dovrà, nè potrà sbandirsi dal Caloolo differenziale, mentre esso solo ne forma la base esenziale (1).

F I N E.

---

(1) Taluno convinto di non potersi eliminare dal Calcolo l' Infinitesimo come quantità, pretese che dovesse eliminarsi per lo meno l' infinito ∞, come inconcepibile Istromento del Calcolo stesso, asserendo che si sommano benissimo i decimali periodici senza far uso di tale ideologico Istromento, lo che vedesi felicemente praticato nell' ultima Edizione degli Elementi di Matematica del Brunacci. Ma non s' avvede egli dell' inganno suo, cioè che nell' indicato metodo l' *Infinito* ∞ è implicito? Non s' avvede Egli che il metodo stesso non può essere adottato plausibilmente se non si rende esplicito l' *Infinito* ∞ medesimo, e che a tutto rigore dovrebbe quello essere esposto come segue? Se il decimale da sommarsi abbia un periodo di n cifre, la sua somma sarà rappresentata da n cifre ripetute un' infinità di volte, e però se essa chiamasi S, si avrà la seguente equazione $S = n \times \infty$, la quale moltiplicata per 10^n diverrà tale che le prime n cifre decimali del secondo membro passeranno nell' ordine degli interi, e quindi il decimale sarà diminuito di n cifre: si avrà dunque $10^n \times S = n$ cifre interi $+$ decimali cifre $(n \times \infty - n = n\,(\infty - 1) = n \times \infty)$ (vedasi la Memoria I.); dalla quale sottratta la prima si ha $10^n \times S - S = (10^n - 1)\, S = n$, cosicchè si ricava $S = \frac{\text{alle } n \text{ cifre del periodo}}{10^n - 1}$. Dunque l' *Infinito* ∞, come ideologico istromento del calcolo non potrà mai e poi mai eliminarsi dal calcolo stesso.